

遮光壁の長さについて

A lower bound on opaque sets

河村彰星（東京大学）（「グラフ・ネットワークにおける理論と最適化」グループ）

32nd International Symposium on Computational Geometry (SoCG 2016)

大舘陽太（北陸先端大）、森山園子（日大）、
János Pach（EPFL & Rényi Institute）氏との共同研究

平成28年8月10日

長さをもつ図形なのか？

→よくわからないけど取りあえず
長さが測れる曲線（≡可算本の線分）とする

遮光壁とは

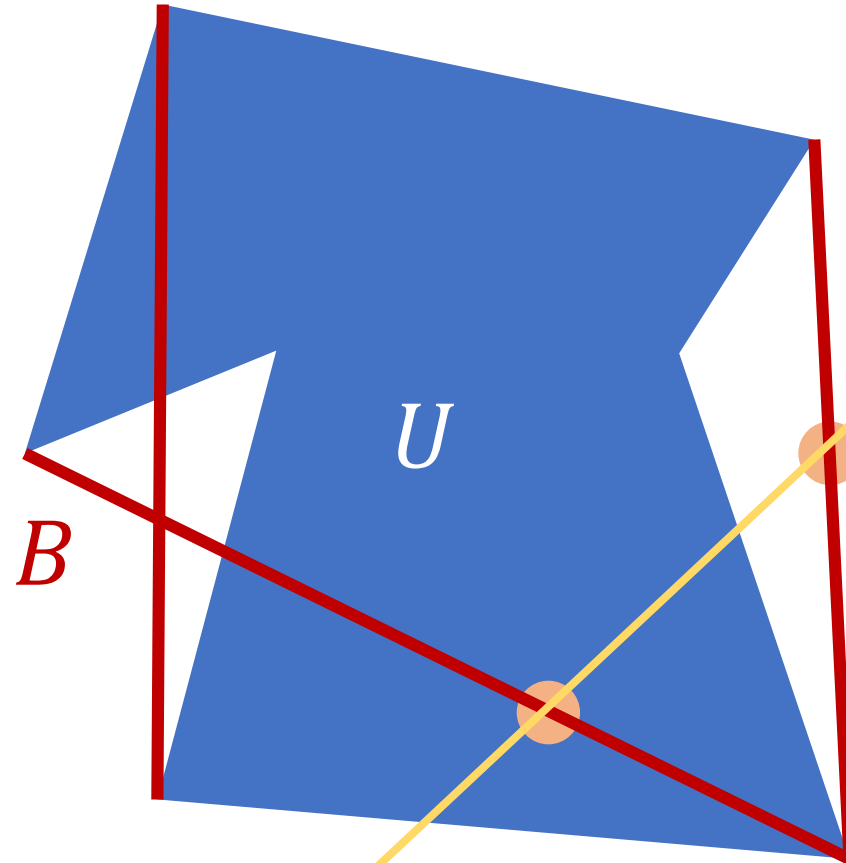
B が U を遮光



U に交わる任意の直線が
 B に交わる

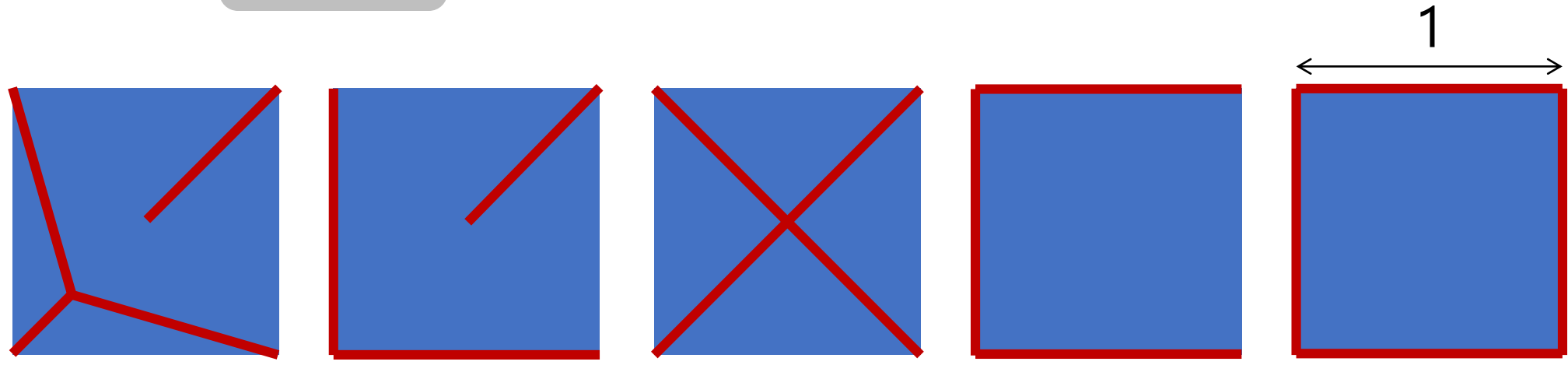
与えられた U に対し
なるべく短い B は？

1.5867... 近似 [DJP10] (U が n 角形の時 $O(n)$ 時間)



[DJP14] A. Dumitrescu, M. Jiang, J. Pach. Opaque sets. *Algorithmica* 69(2):315–334, 2014. ArXiv:1005.2218v5.

正方形 上界と下界



2.6389...

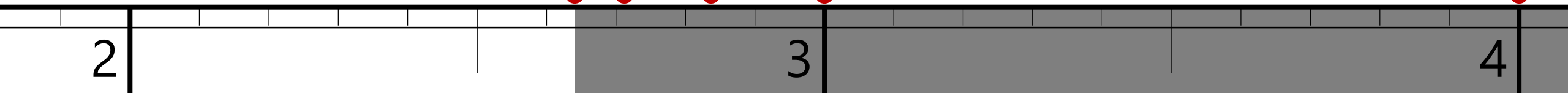
2.7071...

2.8284...

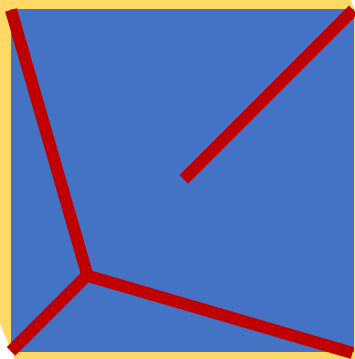
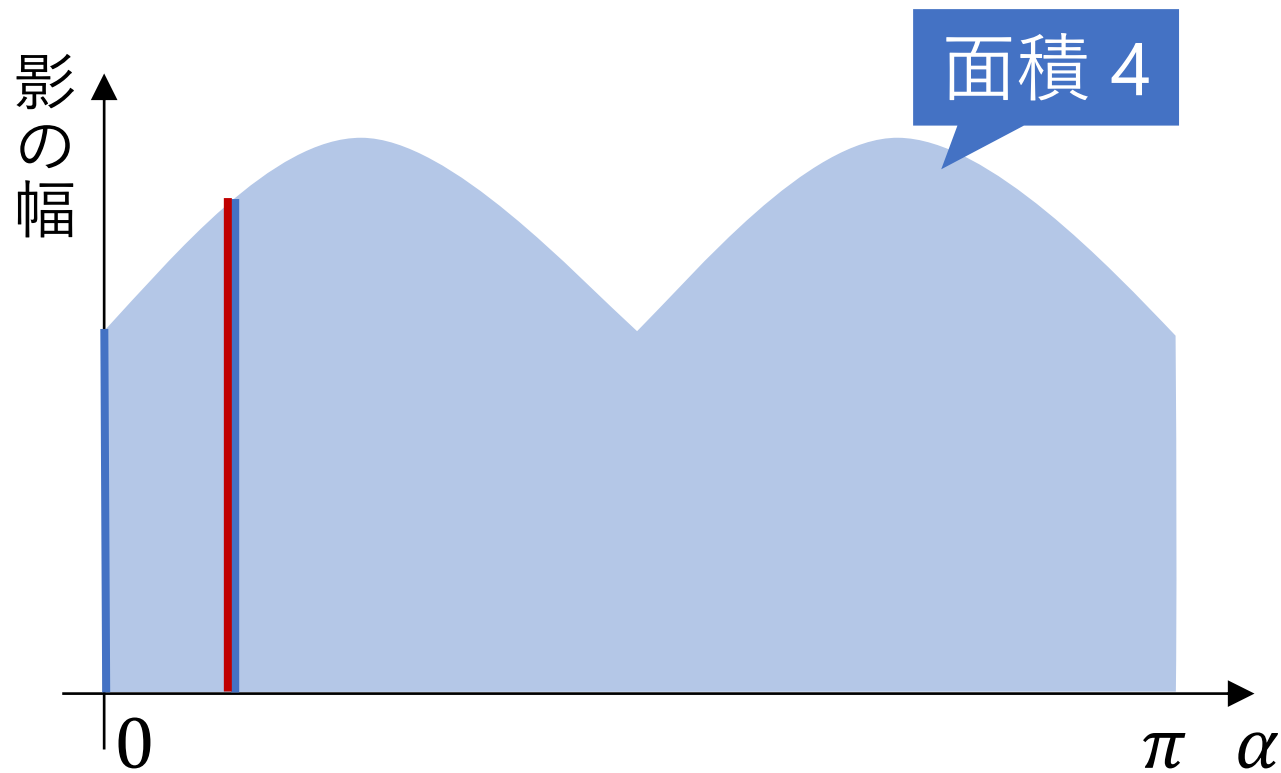
3

4

多分最短
(?)



正方形 上界と下界


 α


面積 4

0

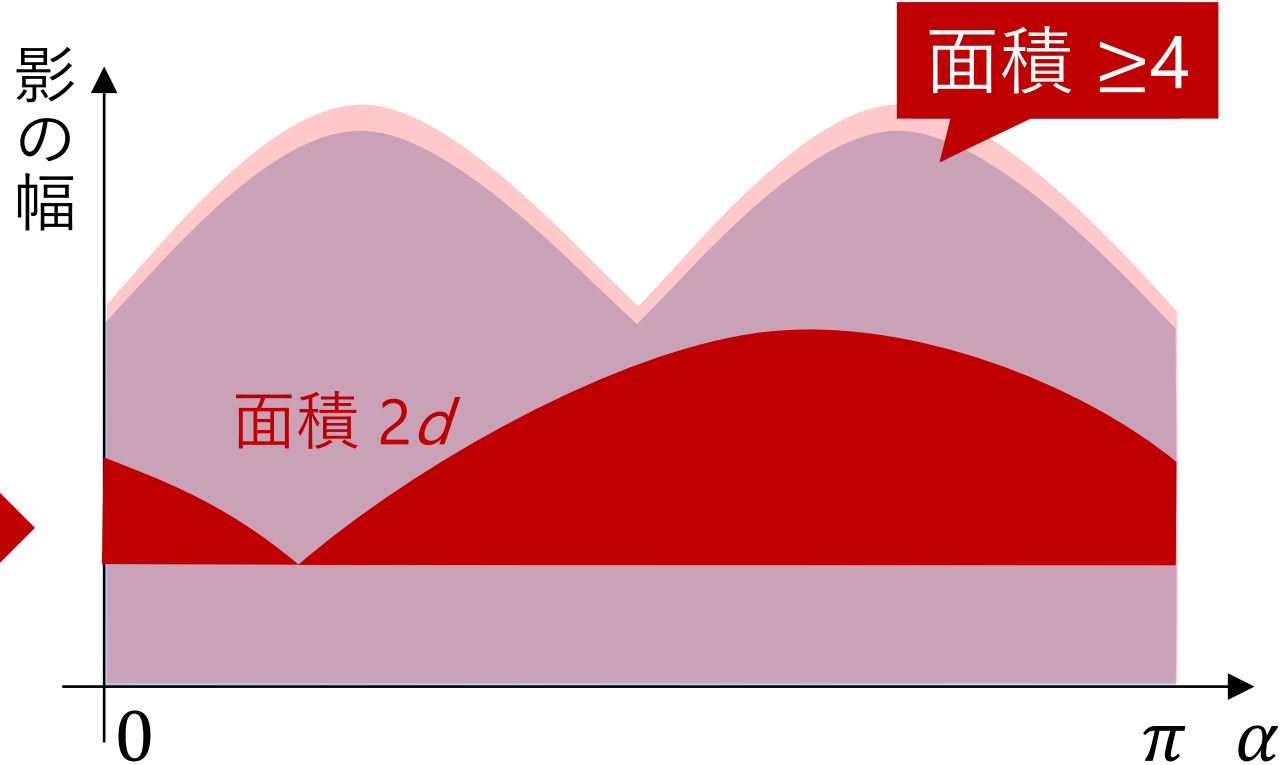
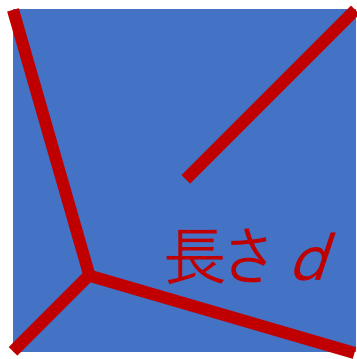
 π α

2

3

4

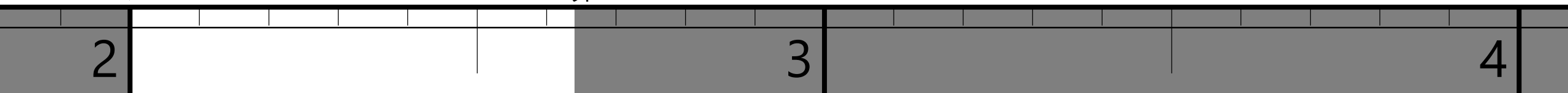
正方形 上界と下界



下界 2
(Jones 1964)



上界 2.6389...



遮光壁の影 \supseteq 物体の影 (任意の α で)

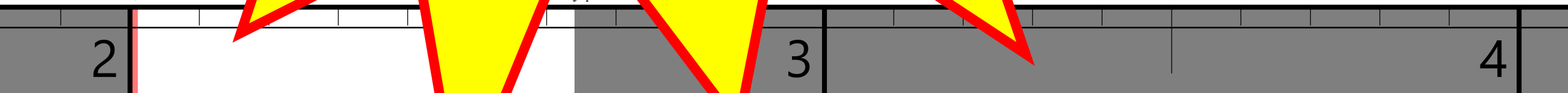
OUR RESULT:

下界を
2.00002
に改善!!!!

関連研究

遮光壁を置ける位置に関する
一定の仮定の下で
下界 2.000000000001 [DJ14]
[DJ14] A. Dumitrescu and M. Jiang.
The opaque square. SoCG 2014.

一定量の「重なり」が
必ず生ずると示せばよい



証明の概略 (1/2)

補題 遮光線 (の一部) がこのような配置になっていると...

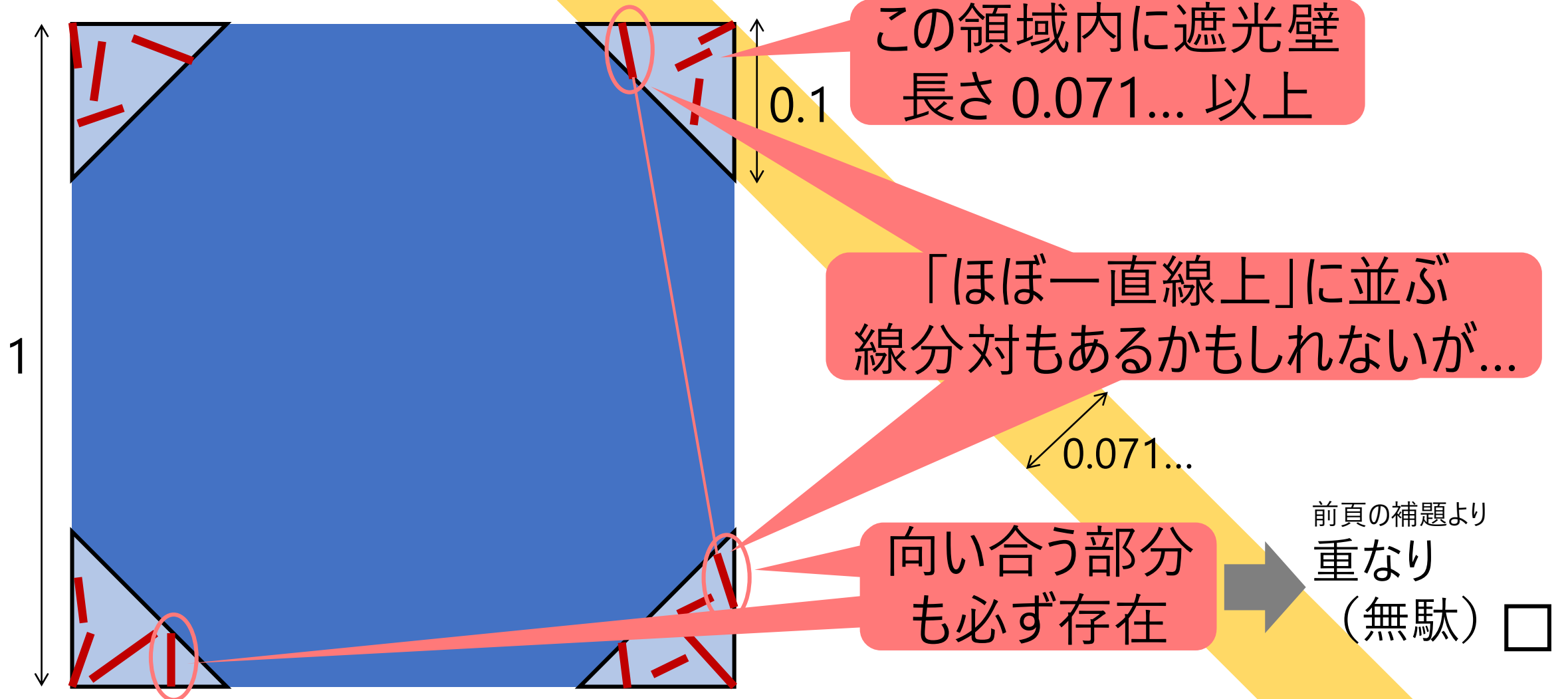


... 一定量の「重なり」が生ずる
(a, b, λ, κ のみから決る定数)

※ 証明は意外に難しい

証明の概略 (2/2)

遮光壁を正方形の中に置かねばならない場合



この領域内に遮光壁
長さ 0.071... 以上

「ほぼ一直線上」に並ぶ
線分対もあるかもしれないが...

向い合う部分
も必ず存在

前頁の補題より
重なり
(無駄) □

一般の形状

同様の議論により

同じ議論をするには
「カド」が四つ要るから

!?

定理

三角形を除く任意の凸集合 $U \subseteq \mathbf{R}^2$ に対し 或る $\varepsilon > 0$ が存在して
 U の遮光壁の長さ $\geq \frac{1}{2}p + \varepsilon$ (但し p は U の周長)

U が正三角形のときも成立 [Izu16]

[Izu16] T. Izumi. Improving the lower bound on opaque sets for equilateral triangle. *Discrete Applied Mathematics*, to appear. ArXiv:1509.03846.

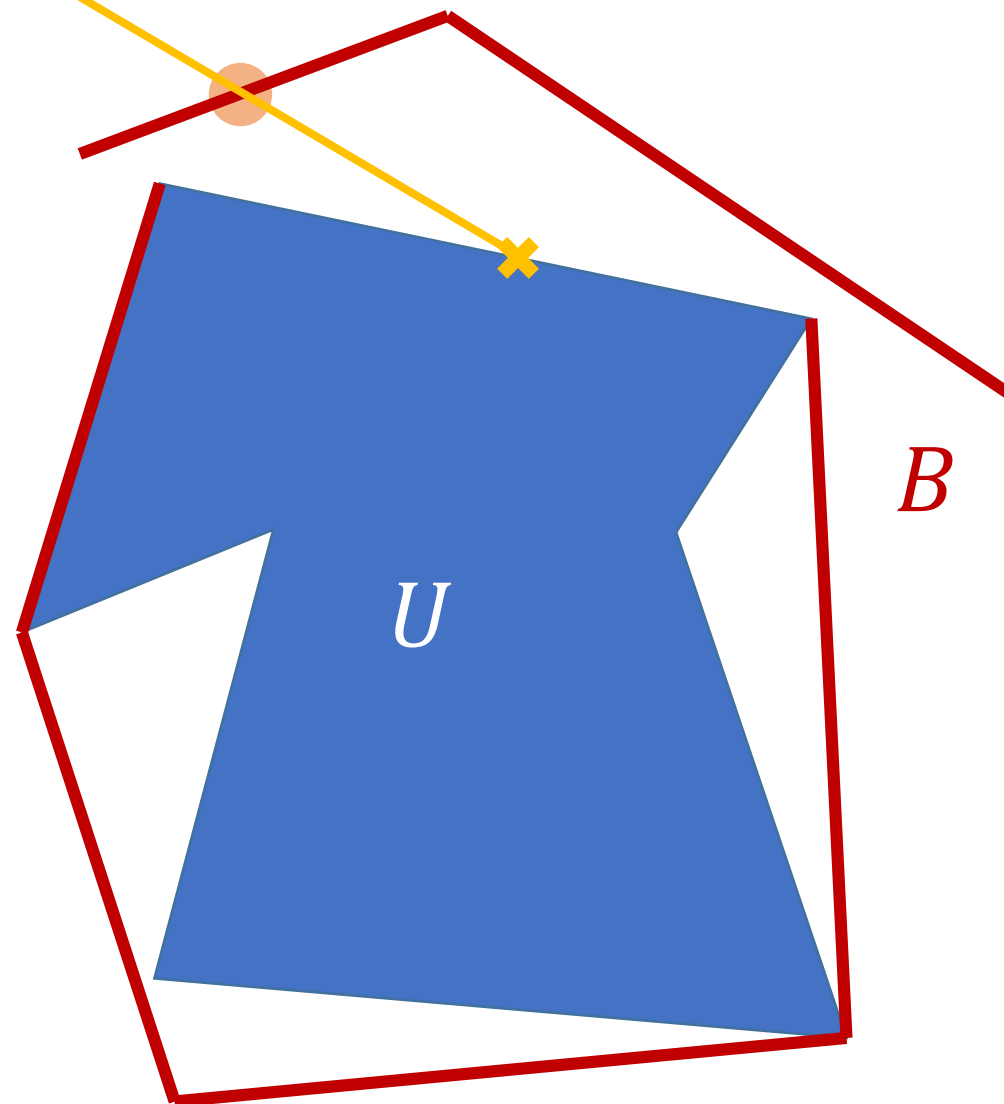
似た問題：掩蔽壁

B が U を掩蔽

定義

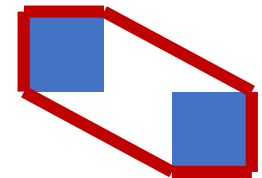
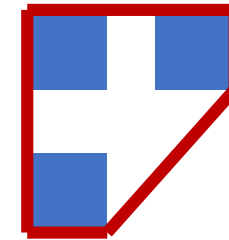
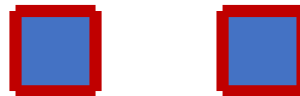
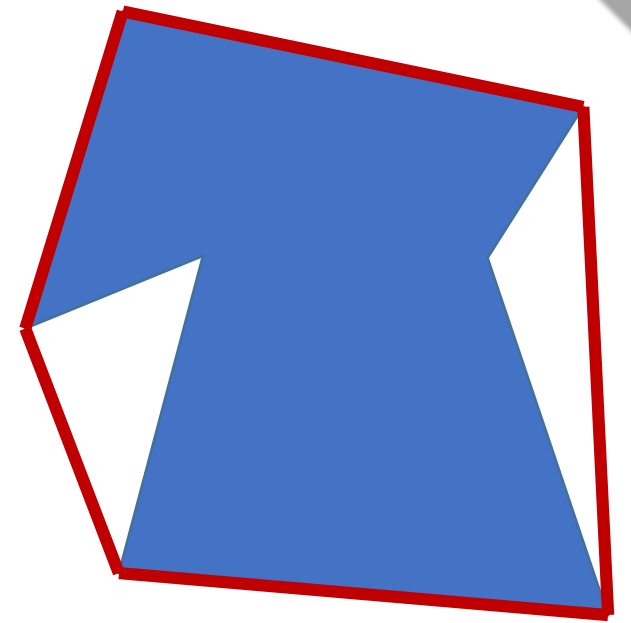
U に交わる任意の半直線が
 B に交わる

与えられた U に対し
なるべく短い B は？



掩蔽

- 単位正方形の最短の掩蔽長は 4
(遮光線の下界 2 と同じく影の幅の議論)
- 一般に連結な多角形なら
凸包の境界
- 連結でないとき
 - 適切に小分けする.....



掩蔽

- 単位正方形の最短の掩蔽長は 4
(遮光線の下界 2 と同じく影の幅の議論)
- 一般に連結な多角形なら
凸包の境界
- 連結でないとき
 - 適切に小分けする.....のが良いとは限らない
 - 近似できるか？

