IJCAI16 accepted paper

Adaptive Budget Allocation for Maximizing Influence of Advertisements

波多野大督, 福永拓郎, 河原林健一

国立情報学研究所

JST, ERATO, 河原林巨大グラフプロジェクト

ERATO感謝祭2016 (2016.8.9)

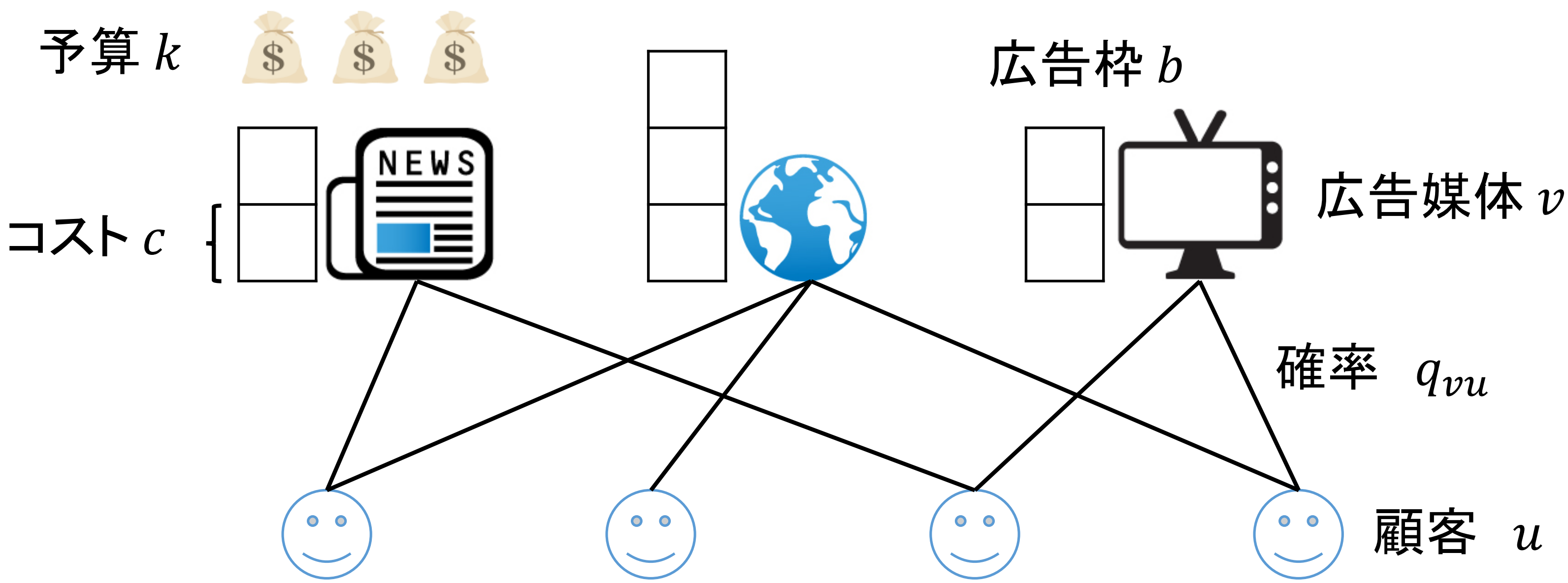
動機

- 予算配分問題
- 適応的予算配分問題

予算配分問題

二部グラフ　$G = (V, U; E)$
- 広告媒体 $v \in V$
- 顧客 $u \in U$
- 枝 $vu \in E$

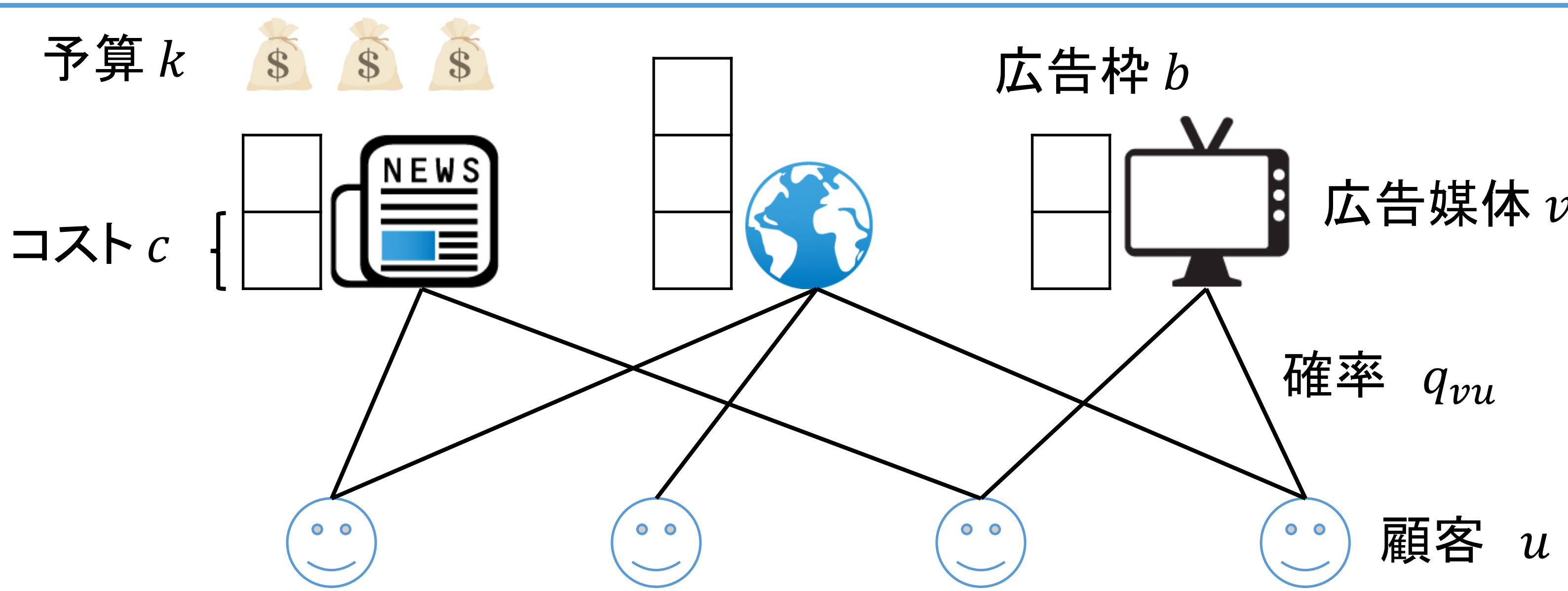
- 予算 $k \in \mathbb{R}_+$
- 広告枠　$b \in \mathbb{Z}_+^V$
- コスト関数 $c: V \times \mathbb{Z}_+ \to \mathbb{R}_+$
- 確率 $q_{vu}: [b(v)] \to [0,1]$



予算配分問題

$f(x)$: 影響を受ける顧客数の期待値

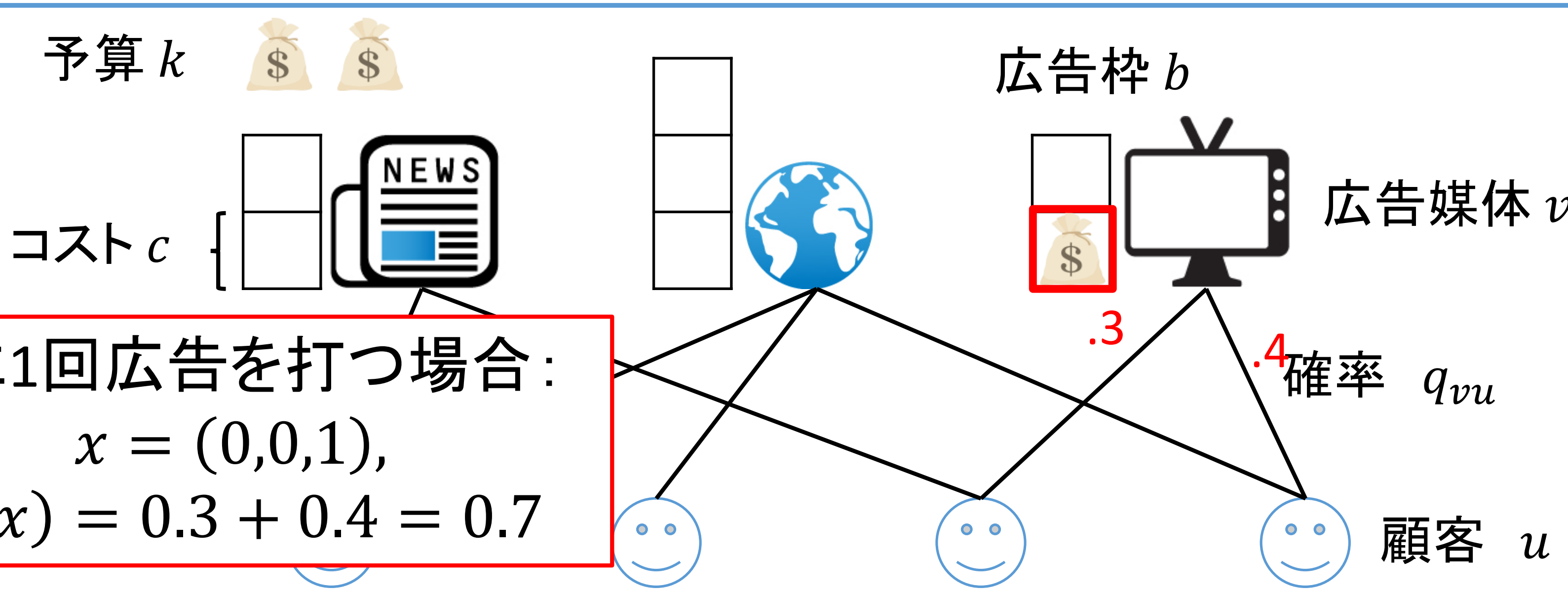
$$f(x) := \sum_{u \in U} \left(1 - \prod_{v \in N(v)} \prod_{i=1}^{x(v)} \left(1 - q_{vu}(i)\right) \right)$$



予算配分問題

$f(x)$: 影響を受ける顧客数の期待値

$$f(x) := \sum_{u \in U} \left(1 - \prod_{v \in N(v)} \prod_{i=1}^{x(v)} (1 - q_{vu}(i)) \right)$$



TVに1回広告を打つ場合 :

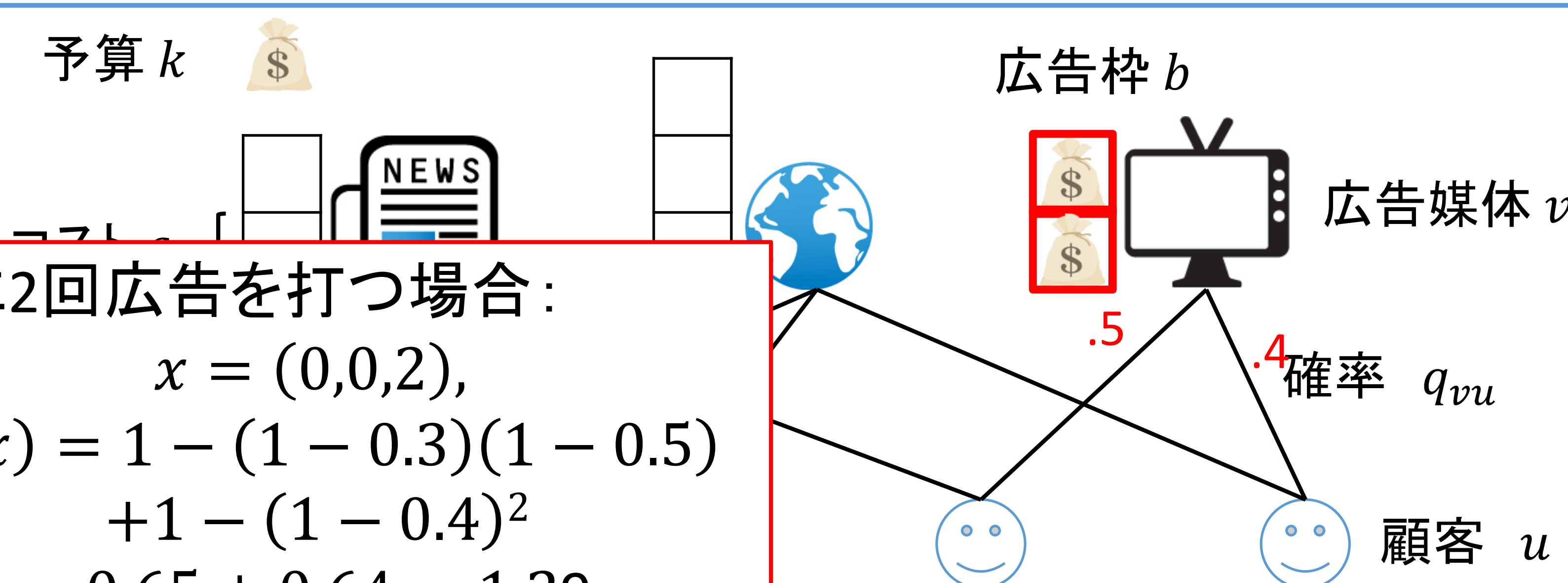
$x = (0,0,1)$,

$f(x) = 0.3 + 0.4 = 0.7$

予算配分問題

$f(x)$: 影響を受ける顧客数の期待値

$$f(x) := \sum_{u \in U} \left(1 - \prod_{v \in N(v)} \prod_{i=1}^{x(v)} (1 - q_{vu}(i)) \right)$$



TVに2回広告を打つ場合：

$$x = (0,0,2),$$

$$f(x) = 1 - (1 - 0.3)(1 - 0.5)$$

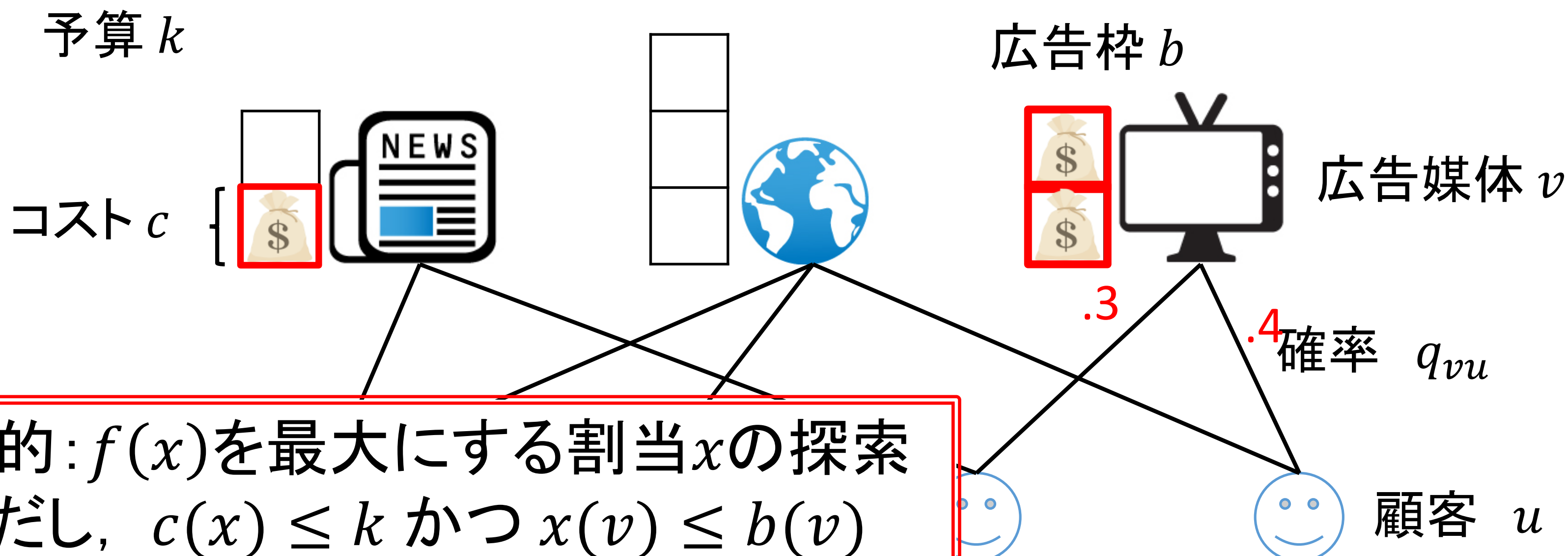
$$+1 - (1 - 0.4)^2$$

$$= 0.65 + 0.64 = 1.29$$

予算配分問題

$f(x)$: 影響を受ける顧客数の期待値

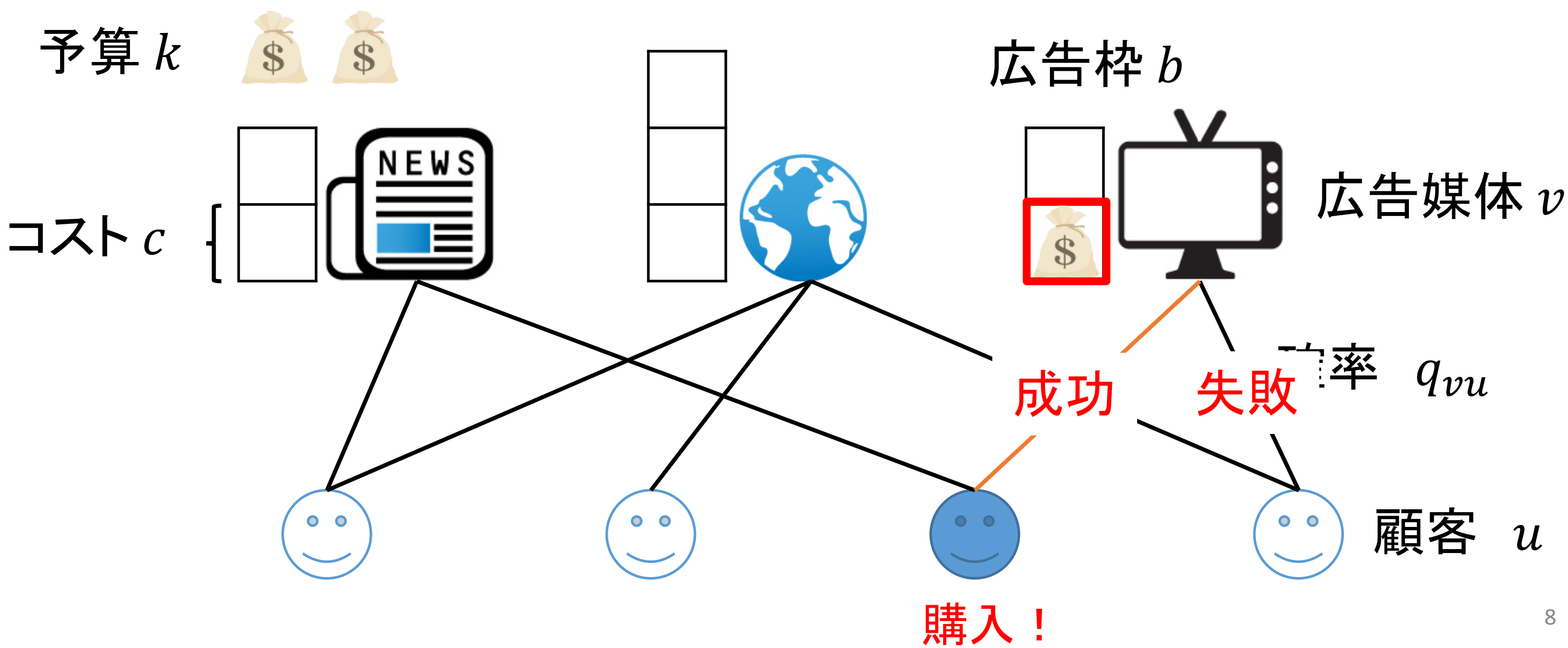
$$f(x) := \sum_{u \in U} \left(1 - \prod_{v \in N(v)} \prod_{i=1}^{x(v)} (1 - q_{vu}(i)) \right)$$



目的 : $f(x)$を最大にする割当xの探索
ただし，$c(x) \leq k$ かつ $x(v) \leq b(v)$

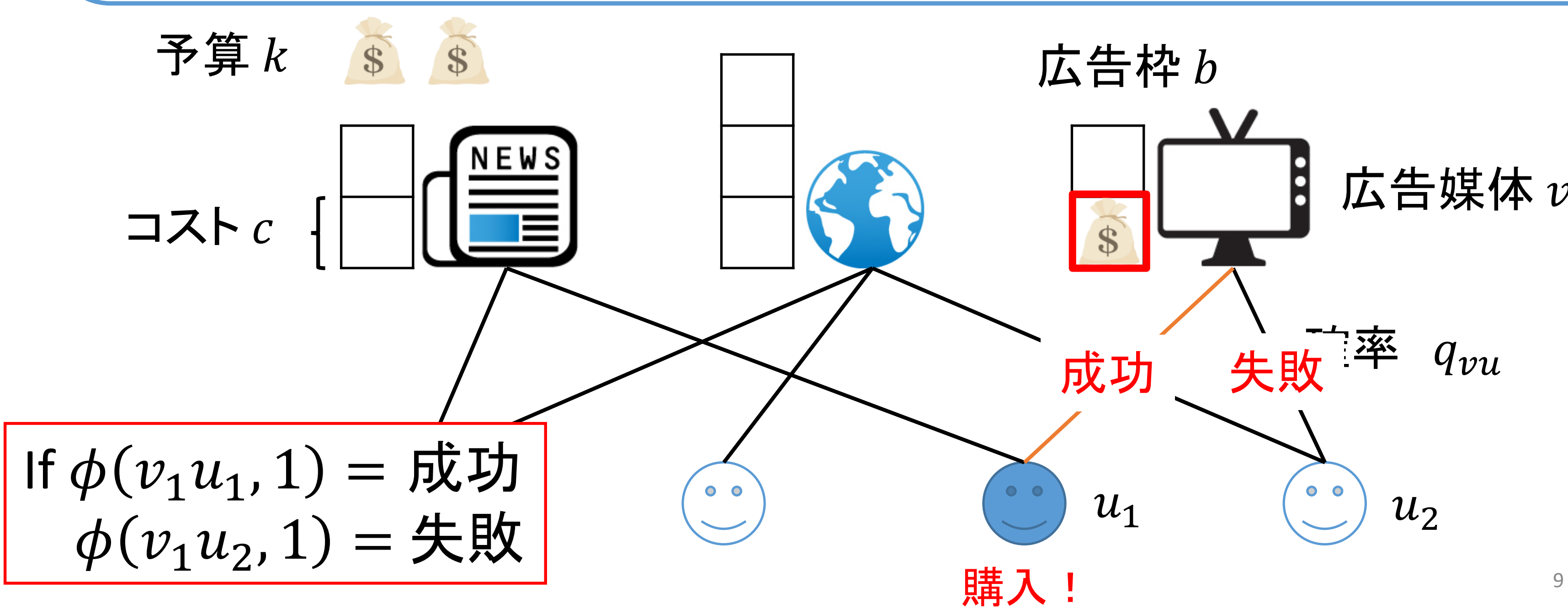
適応的予算配分問題

仮定:
広告を打った後にどの顧客が影響を受けたか観測可能



適応的予算配分問題

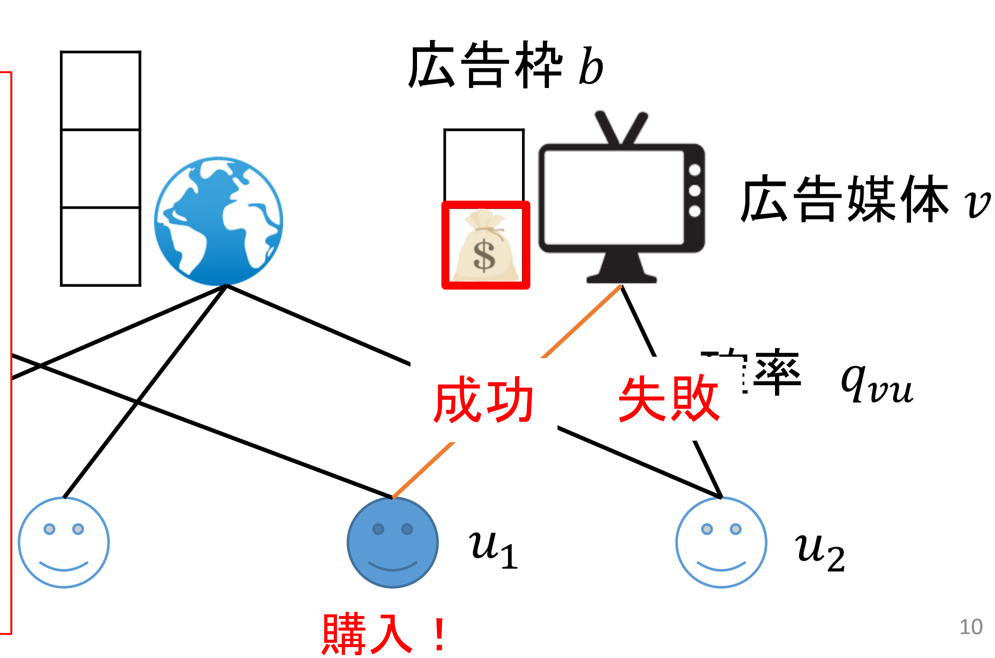
ランダムネスの定義:
- 各ペア(vu, i)に対してランダム変数 $r \in R$ が存在
  r が取りうる値を状態 とする $S \in \{$成功, 失敗$\}$
- ランダム変数の状態は完全実現 $\phi: R \rightarrow S$ で表現



適応的予算配分問題

<u>アルゴリズムが観測可能な情報:</u>
- 観測した状態: 部分実現 $\varphi\colon R \to S$
- どの (vu, i) のペアの状態を観測したかを保持

$x(v_1)$ を1増やす場合
- 以下の状態を観測
  $(v_1 u_1, 1)$ は成功
  $(v_1 u_2, 1)$ は失敗
- φを更新
  $\varphi(v_1 u_1, 1) =$ 成功
  $\varphi(v_1 u_2, 1) =$ 失敗



適応的予算配分問題

目的関数: 影響を与えた顧客の数

$$f_\phi(x) := |\{u \in U: (vu, i) \text{ の状態を観測}, \phi(vu, i) = \text{成功}\}|$$

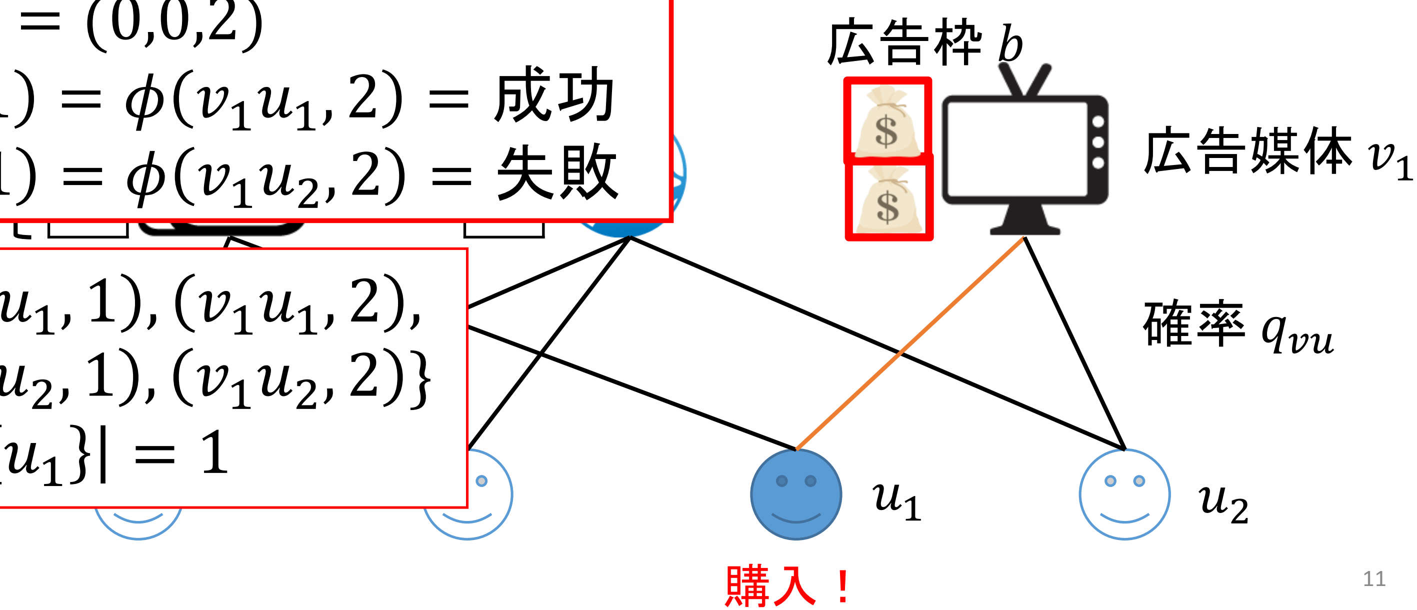
例: 割当 $x = (0,0,2)$

$\phi(v_1u_1, 1) = \phi(v_1u_1, 2) = \text{成功}$

$\phi(v_1u_2, 1) = \phi(v_1u_2, 2) = \text{失敗}$

観測: $\{(v_1u_1, 1), (v_1u_1, 2), (v_1u_2, 1), (v_1u_2, 2)\}$

$f_\phi(x) = |\{u_1\}| = 1$



適応的予算配分問題における性能評価

- 目的：影響を受けた顧客数$f_\phi(x)$を最大にする割当$x \in \mathbb{Z}_+^V$を与える戦略πの探索

$$\boxed{f_\phi(x) := |\{u \in U : (vu, i)\text{の状態を観測}, \phi(vu, i) = \text{成功}\}|}$$

- $f_{\mathrm{avg}}(\pi) := E[f_\phi(\phi, \pi)]$を用いて戦略$\pi$を評価
  - f_ϕは完全実現ϕに依存
  - 異なるϕにおける戦略πの平均値で評価

- 以下を満たす戦略πをα-近似戦略と呼ぶ

$$f_{\mathrm{avg}}(\pi) \geq \alpha f_{\mathrm{avg}}(\pi^*) \text{ for any } \pi^*, 0 < \alpha \leq 1.$$

本研究の貢献

- 適応的劣モジュラ性と適応的単調性を整数格子上の関数に拡張（適応的予算配分問題はその一種）
  - 整数格子上の単調劣モジュラ関数最大化の研究[Soma 2014]
  - 劣モジュラ集合関数に対する適応的劣モジュラ性の研究[Golovin 2011]

- 適応的予算配分問題のアルゴリズムについて解析
- 二つの鈍感貪欲戦略を提案
  それぞれ証明可能な理論保証をもつ
  - 戦略 1: (1-1/e)近似戦略
    制約を違反する可能性があるが $c(x) \leq 2k$を満たす
  - 戦略 2: (e-1)/(2e)近似戦略
    常に実行可能解を出力する． $c(x) \leq k, x(v) \leq b(v)$を満たす

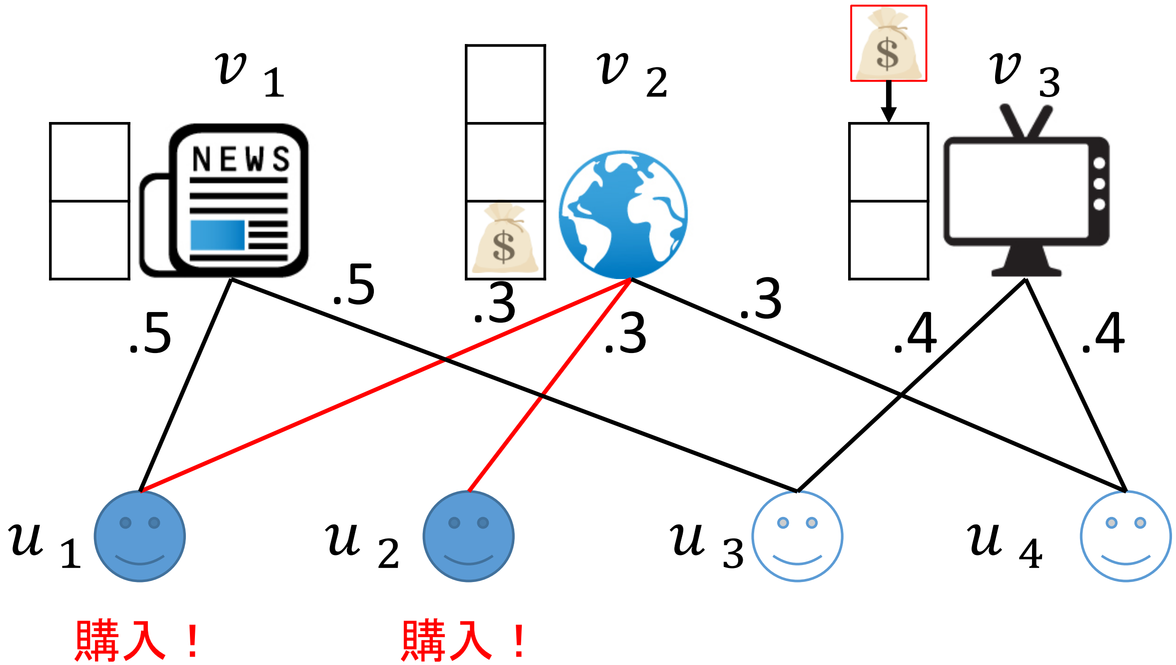
適応的予算配分問題の性質

- 適応的単調性
- 適応的劣モジュラ性

f_ϕの性質: 適応的単調性

$\Delta(v,i|x,\varphi)$: ある実現 φ と割当 x において，広告媒体vにおいて i回宣伝したとき影響を与えられる顧客数の期待値

$x=(0,1,0)$,
$\varphi(v_2 u_1, 1)$ = 成功,
$\varphi(v_2 u_2, 1)$ = 成功,
$\varphi(v_2 u_4, 1)$ = 失敗,

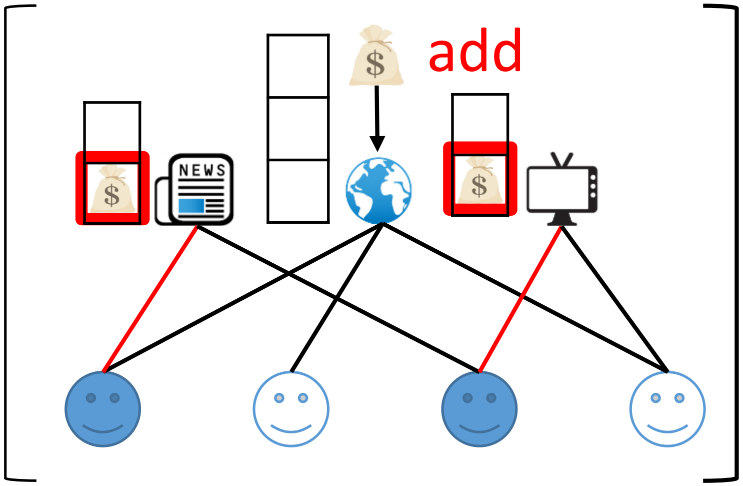


$$\Delta(v,i|x,\varphi) \geq 0 \ \text{ for } \forall v,i,x,\varphi$$

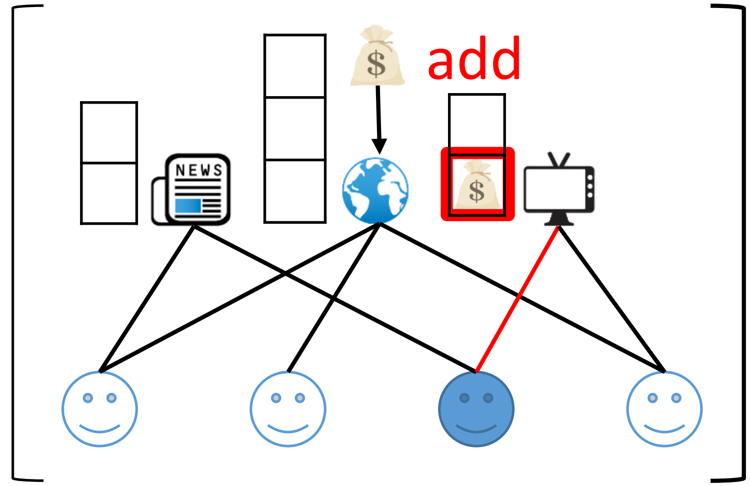
f_ϕの性質: 適応的劣モジュラ

$\Delta(v, i|x, \varphi)$: ある実現 φ と割当 x において，広告媒体vにおいて i回宣伝したとき影響を与えられる顧客数の期待値

E



≤ E



$x = (1,0,1)$,
$\varphi_x(v_3 u_3, 1)$ = $\varphi_x(v_1 u_1, 1)$ = 成功,
$\varphi_x(v_3 u_4, 1)$ = $\varphi_x(v_1 u_3, 1)$ = 失敗

$y = (0,0,1)$,
$\varphi_y(v_3 u_3, 1)$ = 成功,
$\varphi_y(v_3 u_4, 1)$ = 失敗

$\Delta(v, i|x, \varphi_x) \leq \Delta(v, i|y, \varphi_y)$ if $x \geq y$ and φ_x extends φ_y

適応的貪欲戦略

- 敏感貪欲戦略
- 鈍感貪欲戦略

適応的貪欲戦略

1. 割当 x を初期化 $x \leftarrow (0, \ldots, 0)$
2. 影響を受ける顧客数の期待値が最大となる(v, i)のペアを探索
3. 探索した(v, i)に対して $x(v)$を1増加
4. ランダム変数の状態を観測
5. 制約 $c(x) \leq k, x(v) \leq b(v)$ を満たすまで 2-4 を繰り返す

- どこに予算を配分するかは何を観測したかに依存
- ステップ3,4の違いにより異なる戦略が考えられる

➡ 敏感貪欲戦略，鈍感貪欲戦略

敏感と鈍感の違い

期待値が最大となるペア(v, i)を探索
$(v, i) \leftarrow \arg\max \Delta(v, i|x, \psi)/\sum_{j \in [i]} c(v, j)$

- <u>敏感貪欲戦略</u>

1. $x(v) \leftarrow x(v) + 1$
2. ランダム変数の状態を観測
3. 次のペア(v, i) を探索

- <u>鈍感貪欲戦略</u>

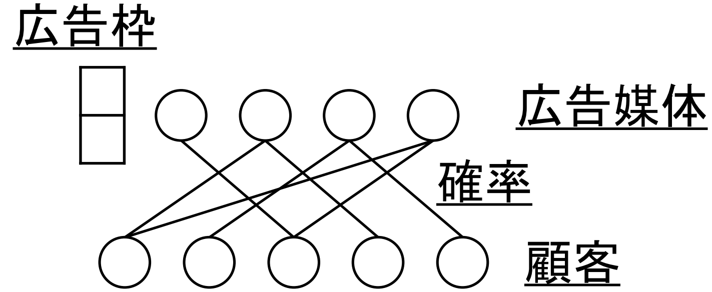
1. $x(v) \leftarrow x(v) + 1$
2. 観測を無視
3. $x(v)$ が$x(v) + i$ になるまで1, 2を繰り返す((v, i)を維持)
4. $x(v)$ が$x(v) + i$ になった後，ランダム変数の状態を観測し，次のペアを探索する

二種類の鈍感貪欲戦略を提案

- 戦略 1: (1-1/e)近似戦略
  - $(v, i) \leftarrow \arg\max \Delta(v, i | x, \psi) / \sum_{j \in [i]} c(v, j)$
  - $x(v)$をi増加するときに予算制約$c(x) \leq k$をある確率で違反
  - 特徴
    - 制約を違反する可能性があるが $c(x) \leq 2k$を満たす

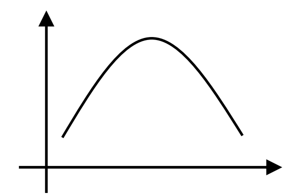
- 戦略 2: (e-1)/(2e)近似戦略
  - 戦略2-1:戦略1が制約違反する直前で止める戦略
  - 戦略2-2:(v, i)を探索．広告媒体vの広告枠の上限まで割り当てる
  - 戦略2-1と戦略2-2を確率1/2で選択
  - 特徴
    - 常に実行可能解を出力する． $c(x) \leq k, x(v) \leq b(v)$を満たす

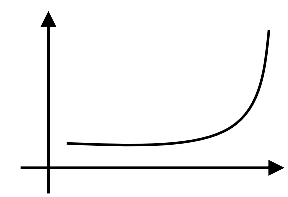
実験



予算配分問題例

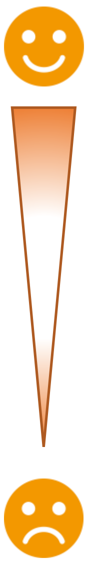
- 広告媒体の数: 100
- 顧客の数: 10,000
- 広告媒体の枠: {20, 21, ..., 30}からランダムに選択
- 広告媒体が顧客に影響を与える確率
  - 正規分布:
    $\exp(-(\mathrm{i}-15)2/50)/\sqrt{50\pi}$ for each $i \in \{1, \dots, 30\}$
  - べき乗分布:
    $\exp(0.2(\mathrm{i}-30))/10$ for each $i \in \{1, \dots, 30\}$

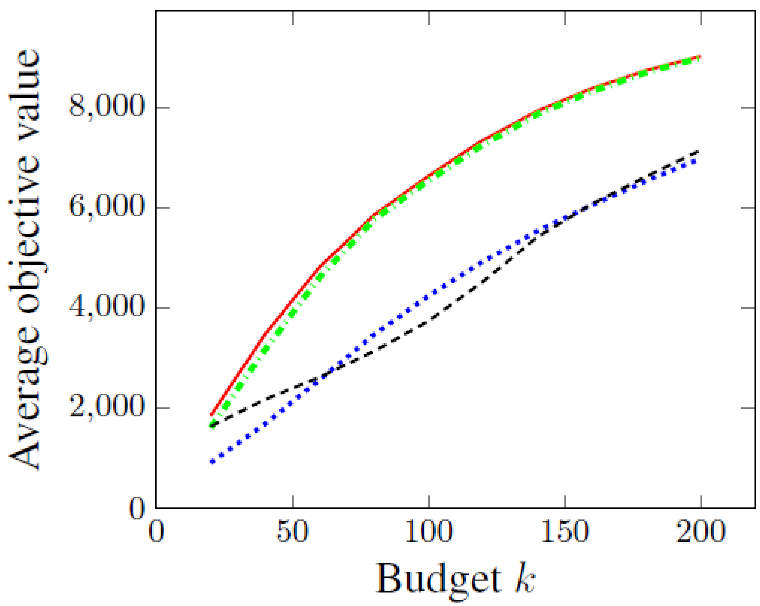




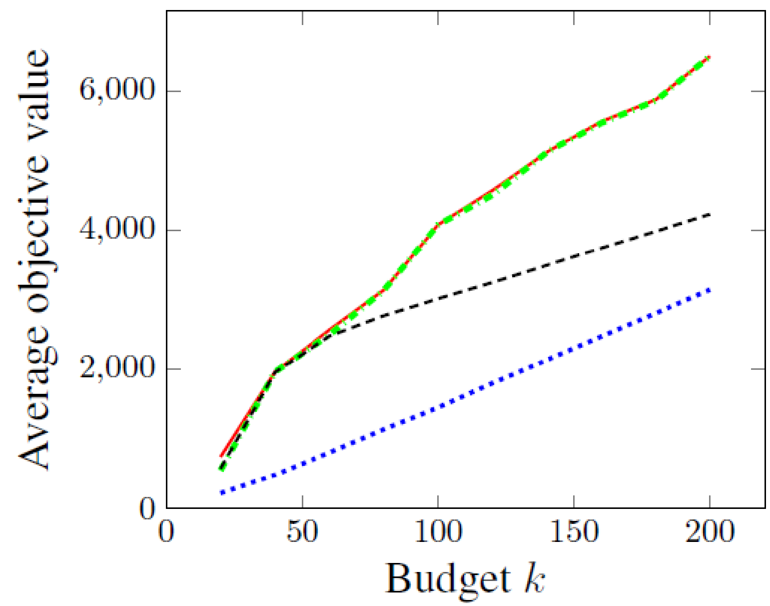
- 各予算 $k \in \{20, 40, \dots, 200\}$に対して乱数が異なる500問を用意
  影響を受けた顧客数の平均で戦略を評価

予算配分問題の実験結果





(a) Normal distribution



(b) Power law distribution

Policy 1 Policy 2 Sensitive Non-Adaptive

本研究のまとめ

- 適応的劣モジュラ性と適応的単調性を整数格子上の関数に拡張
  - 適応的予算配分問題は整数格子上の劣モジュラ関数最大化

- 二つの鈍感貪欲戦略を提案
  それぞれ近似精度に関して証明可能な理論保証をもつ
  - 戦略 1: (1-1/e)近似戦略
    制約を違反する可能性があるが $c(x) \le 2k$を満たす
  - 戦略 2: (e-1)/(2e)近似戦略
    常に実行可能解を出力する. $c(x) \le k, x(v) \le b(v)$を満たす

ご清聴ありがとうございます